Suites numériques (2)

Exercice 1

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 7$ et de raison 6.
Donner les quatre termes suivants.

Exercice 2

Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 5$ et de raison $1,04$.
Donner les quatre termes suivants.

Exercice 3

Compléter le tableau suivant pour déterminer les premiers termes des suites arithmétiques (u_n), (v_n) et (w_n).

n	0	1	2	3	4	5	6
u_n	5	8					
v_n		35		27			
w_n		17				31	

Exercice 4

Compléter le tableau suivant pour déterminer les premiers termes des suites géométriques (u_n), (v_n) et (w_n) dont les raisons sont positives.
Les résultats seront, si nécessaires, arrondis à 10^{-1}

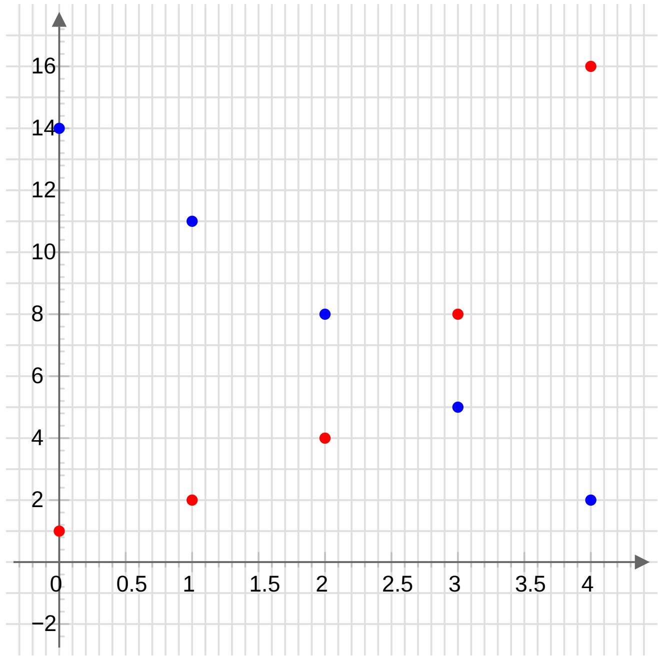
n	0	1	2	3	4	5	6
u_n	100	90					
v_n		8		32			
w_n			3		9		

Exercice 5

1. Soit (c_n) la suite arithmétique telle que $c_8 = 12$ et $c_{20} = 24$.
   Déterminer c_0 et sa raison r.
2. Soit (d_n) la suite géométrique, à termes positifs, telle que $d_5 = 96$ et $d_7 = 384$.
   Déterminer c_0 et sa raison $q > 0$.

Exercice 6

Soient la suite arithmétique (u_n) et la suite géométrique (v_n) dont on a représenté les premiers termes dans le nuage de points ci-dessous.



1. Associer à chaque nuage de points la suite qui lui correspond.
2. Donner les premiers termes et les raisons de ces deux suites.
3. Déterminer u_{10} et v_{10}.

Exercice 7

Soit (a_n) la suite définie par $a_0 = 120$ et pour tout entier n :

$$a_{n+1} = 0,9a_n + 4.$$

1. Calculer a_1, a_2, a_3 et a_4.
2. En déduire que (a_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
3. L'algorithme donné ci-dessous affiche 27. Comment interpréter ce résultat pour la suite (a_n) ?

```
a = 120
n = 0
while a > 45:
    a = 0.9*a+4
    n = n+1
print(n)
```

Exercice 8

Une agence régionale de santé suit l'évolution du nombre annuel de cas de tuberculose dans une région.

En 2024, $1\ 000$ cas ont été recensés.

A. Premier modèle
Grâce aux campagnes de prévention et aux progrès médicaux, le nombre de cas devrait diminuer de $8\ \%$ par an.

1. Montrer qu’en 2025, on peut estimer le nombre de cas à 920.

2. Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de cas de tuberculose pour l'année $2024 + n$. On a donc $u_0 = 1\,000$.
    a. Que représente u_2 ? Calculer sa valeur.
    b. Déterminer la nature de la suite (u_n). Préciser sa raison.
    c. Donner les variations de cette suite.
3. Ce modèle suggère-t-il une disparition totale de la maladie à long terme ? Justifier.

B. Second modèle
Un second modèle prend en compte l'existence de cas résiduels, notamment chez les personnes à risque (sans-abri, personnes âgées, etc.). On suppose qu'en plus de la baisse naturelle, 70 nouveaux cas apparaissent chaque année.

On modélise cette situation par la suite (v_n) définie par :

$$\begin{cases} v_0 = 1\,000 \\ v_{n+1} = 0{,}92 v_n + 70 \quad ; \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

où v_n est le nombre de cas de tuberculose pour l'année $2025 + n$.

1. Calculer v_1 et interpréter ce résultat.
2. Une feuille de calcul permet de visualiser les évolutions :

   Quelle formule faut-il saisir dans la cellule B3 pour obtenir les valeurs suivantes de la suite (v_n) ?

	A	B	C	D	E
1	n	v_n			
2	0	1000			
3	1				
4	2				
5	3				
6	4				
7	5				

3. À long terme, vers quelle valeur stable semble tendre le nombre de cas ? Justifier par une lecture du tableur.

Exercice 9

Une campagne de sensibilisation au don du sang a été lancée dans une région en 2022.

Cette campagne vise à augmenter le nombre de donneurs réguliers inscrits auprès de l'Établissement Français du Sang (EFS).

A. Premier modèle : augmentation linéaire
Chaque année, en moyenne, 500 nouveaux donneurs rejoignent le fichier régional.

1. En 2022, il y avait $8\,000$ donneurs réguliers inscrits. Calculer le nombre prévu en 2023 puis en 2024.
2. On modélise le nombre de donneurs par une suite (u_n), avec u_n le nombre de donneurs pour l'année $2022 + n$. On a $u_0 = 8\,000$.
    a. Quelle est la nature de cette suite ? Quelle est sa raison ? Son sens de variation ?

b. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

3. Voici un programme Python qui modélise la situation :

```python
u = 8000
for n in range(6):
    print("Année", 2022 + n, ":", u, "donneurs")
    u = u + 500
```

a. Que fait cet algorithme ?

b. Modifier l'algorithme pour qu'il affiche le nombre de donneurs prévu en 2030 selon ce modèle ?

B. Deuxième modèle : diminution progressive

Une étude montre qu'en réalité, chaque année $10\,\%$ des donneurs arrêtent de donner pour des raisons diverses (âge, santé, déménagement…).

1. On modélise cette évolution par une suite (v_n), avec $v_0 = 8\,000$. On suppose que chaque année, le nombre de donneurs diminue de $10\,\%$.
   a. Calculer v_1 et v_2.
   b. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Quelle est sa raison ?
   c. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.
2. Voici un programme Python associé :

```python
v = 8000
for n in range(6):
    print("Année", 2022 + n, ":", round(v), "donneurs")
    v = 0.9 * v
```

   a. Quel est le rôle de la fonction `round(v)` ?
   b. Modifier l'algorithme pour qu'il affiche le nombre de donneurs prévu en 2030 selon ce modèle ?

C. Troisième modèle : perte partielle et nouveaux donneurs

On suppose que chaque année :

- $10\,\%$ des donneurs arrêtent de donner,
- et 500 nouveaux donneurs s'inscrivent grâce aux campagnes.

On modélise cette évolution par la suite (w_n), avec :

$$\begin{cases} w_0 = 8\,000 \\ w_{n+1} = 0{,}9 w_n + 500 \end{cases}$$

1. Calculer w_1 et w_2 (arrondis à l'unité).
2. Voici l'algorithme Python associé :

```python
w = 8000
for n in range(6):
    print("Année", 2022 + n, ":", round(w), "donneurs")
    w = 0.9 * w + 500
```

   a. Que modélise cet algorithme ?
   b. Modifier l'algorithme pour qu'il affiche le nombre de donneurs prévu en 2030 selon ce modèle ?
3. À long terme, quel modèle semble le plus cohérent avec une situation réelle ?