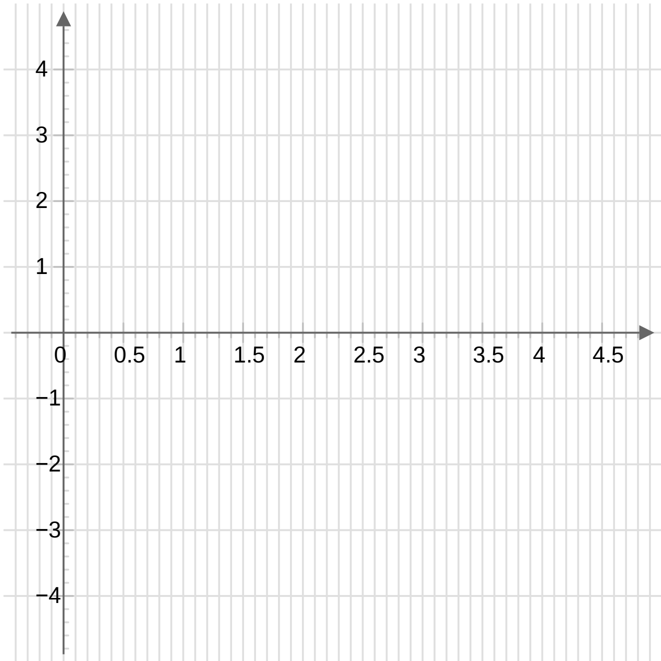
Suites numériques (1)

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par : $u_n = 0,3n^2 + n - 4$.

1. Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3
2. Construire le nuage de points de la suite (u_n) dans le repère ci-dessous.



3. Existe-t-il un entier n tel que $u_n > 10^9$?
4. Quelle propriété des polynômes de degré 2 peut être utilisée ici pour déterminer le sens de variation de la suite (u_n) ?

Exercice 2

Soit (v_n) la suite définie pour tout entier n par $v_n = -1,7n + 8$.

1. Calculer v_0, v_1 et v_2.
2. Montrer que pour tout entier n, $v_{n+1} = -1,7n + 6,3$.
3. En déduire le sens de variation de (v_n).

Exercice 3

Soit (w_n) la suite définie par $w_0 = 4$ et pour tout entier n :

$$w_{n+1} = 1,2w_n + 1$$

1. Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3.
2. Expliquer pourquoi, pour tout entier n, w_n est toujours un nombre positif.
3. Montrer que pour tout entier n, $w_{n+1} - w_n = 2,2w_n + 1$
4. En déduire alors le sens de variation de la suite (w_n).
5. Après exécution, l'algorithme ci-dessous affiche 26. Que représente ce nombre pour la suite suite (w_n) ?

```python
w = 4
n = 0

while w < 1000:
    w = 1.2*w+1
    n = n+1
print(n)
```

Exercice 4

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par $u_n = \dfrac{1}{n+1}$.

1. Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3.
2. Donner sous forme d'une fraction irréductible la valeur de $u_1 - u_0$, puis de $u_2 - u_1$ et de $u_3 - u_2$.
3. Pour tout entier n, montrer que $u_{n+1} - u_n = -\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}$.
4. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).
5. Compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'après exécution la fonction `seuil` retourne le rang du premier terme de la suite (u_n) inférieur à 10^{-6}.

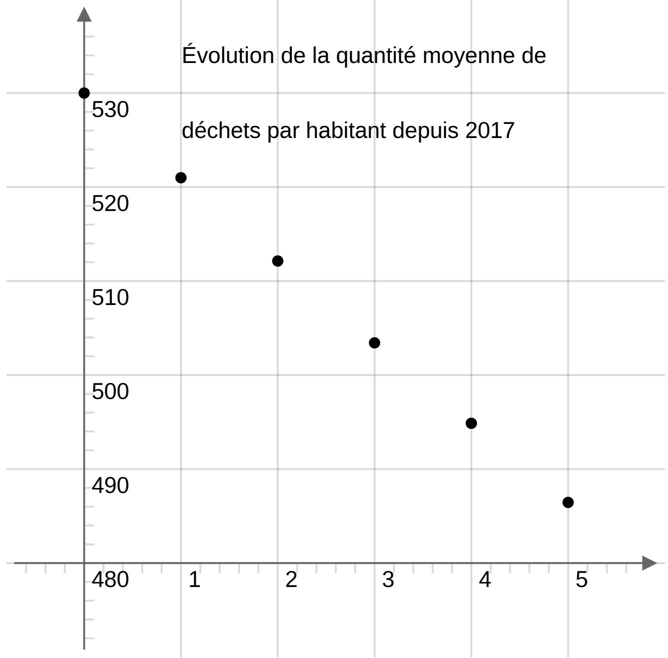
```python
def seuil():
    n = 0
    u = 1
    while u ......:
        n = n+1
        u = 1/(n+1)
    return n
```

Exercice 5

« En 2017, les français ont en moyenne produit 513 kg de déchets ménagers par habitant. » Source site internet planetescope .
En 2024, le maire d'une commune obtient 530 kg de déchets ménagers en moyenne par habitant.
L'objectif du maire est de réduire la production de déchets de $1,7\,\%$ par an pendant 5 ans, en espérant atteindre la moyenne nationale de 2017.
On modélise la situation par la suite (d_n) où d_n représente pour tout entier naturel n la quantité en kg de déchets ménagers moyenne produite par habitant de cette ville durant l'année $2024 + n$.

1. Justifier que $d_0 = 530$ et que pour tout entier naturel n on a : $d_{n+1} = 0,983 d_n$.
2. Le tableur ci-dessous nous donne les premières valeurs de la suite et permet de les représenter graphiquement:

	A	B	C	D	E
1	n	d_n			
2	0	530			
3	1				
4	2				
5	3				
6	4				
7	5				



a. Quelle formule destinée à être recopiée vers le bas, peut-on saisir dans la cellule B3 pour obtenir les valeurs de la suite (d_n) ?
b. Quelle devrait être à ce rythme-là, la production en kilogramme de déchets ménagers par habitant dans cette ville en 2026 ? En 2030 ?
La campagne de sensibilisation du maire a-t-il permis au maire d'atteindre son objectif ?

3. Le maire souhaite maintenant atteindre la moyenne européenne de 2017 qui était de 487 kg de déchets ménagers par habitant.
   a. Compléter l'algorithme ci-dessous permettant d'obtenir l'année à partir de laquelle l'objectif du maire sera atteint.

```
n = 0
d = 530
while d > ... :
    n = ...
    d = ...

print(n)
```

   b. En quelle année l'objectif du maire est-il atteint ?