Automatismes

Les automatismes sont des compétences que tout élève doit posséder pour pouvoir aborder sereinement l'ensemble des autres notions du programme. Ils font partis d'un socle de connaissances et techniques étudiées au collège et en classe de seconde qui seront évaluées, pour un total de 6 points, lors de l'épreuve anticipée du mois de juin de la classe de première
Vous trouverez ci-dessous la liste officielle des automatismes données dans les programmes de l'Éducation Nationale, illustrée de formules de cours ou d'exemples concrets.

1 Proportions et pourcentages

Calculer, appliquer, exprimer une proportion sous différentes formes (décimale, fractionnaire, pourcentage) ;

Formules de cours associées

$$\text{Proportion} = \frac{\text{Partie}}{\text{Tout}} \quad ; \quad \text{Tout} = \text{Partie} \times \text{Proportion} \quad ; \quad \text{Tout} = \frac{\text{Partie}}{\text{Proportion}}$$

Remarques

Une proportion sous forme décimale s'écrit en pourcentages en mulipliant par 100, par exemple une proportion de $0,35$ représent $35\,\%$.

Réciproquement pour passer d'une proportion donnée en pourcentages en écriture décimale, on divise par 100 le pourcentage. Par exemple $87,4\,\%$ s'écrit en décimale : $0,874$.

Il faut connaître également certaines correspondances entre fraction et proportion. Par exemple une proportion de $\frac{1}{2}$ représente $50\,\%$, une de $\frac{1}{4}$ représente $25\,\%$ etc.

Calculer la proportion d'une proportion.

Formules de cours associées

Propriété 1

Soient A une partie d'un ensemble E et B une partie de A. En notant p_1 la proportion de A dans E et p_2 la proportion de B dans A alors la proportion p de B dans E vaut :

$$p = p_1 \times p_2.$$

Exemple

Dans une commune $22\,\%$ de la population est âgé de 18 à 30 ans. Dans cette tranche d'âge $75\,\%$ des personnes possèdent un permis de conduire.

La proportion de la population totale de cette commune représentent les personnes âgées de 18 à 30 ans qui possèdent un permis d conduire est donc de : $0,22 \times 0,75 = 0,165$ soit $16,5\,\%$.

2 Évolutions et variations :

Passer d'une formulation additive (« augmenter de 5 % », respectivement « diminuer de 5 % ») à une formulation multiplicative (« multiplier par 1,05 », respectivement « multiplier par 0,95 ») ;

Notions de cours associées

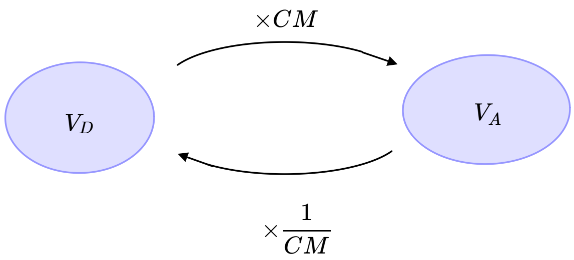
On utilise dans ce genre de situations le coefficient multiplicateur et les formules associées :

$$CM = 1 + t \qquad\qquad t = CM - 1$$

Appliquer un taux d'évolution pour calculer une valeur finale ou initiale ;

Notions de cours associées

$$V_A = V_D \times CM \qquad\qquad V_D = \frac{V_A}{CM}$$



Calculer un taux d'évolution, l'exprimer en pourcentage ;

Formule du cours

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}.$$

Cette formule nous donne la valeur décimale du taux d'évolution. Pour l'obtenir en pourcentage on multiplie le résultat obtenu par 100.

Exemple
La population d'un village est passée de 813 à 651 habitants en 10 ans.
Le taux d'évolution de cette population dans cet intervalle de temps vaut :

$\dfrac{V_A - V_D}{V_D} = \dfrac{651 - 813}{813} = \dfrac{-162}{813} \approx -0,199$ soit une baisse de $19,9$ %.

Interpréter un indice de base 100 ; calculer un indice ; calculer le taux d'évolution entre deux valeurs ;

Notions de cours associées
Lorsqu'on étudie les variations d'une valeur au cours du temps, on peut choisir l'une d'elle comme référence et estimer qu'elle vaut 100 (sans unité). On dit que c'est la valeur d'indice 100. On peut alors comparer toutes les autres valeurs par rapport à celle-ci à l'aide d'un coefficient de proportionalité. Ce coefficient de proportionnalité multiplié par 100 donne l'indice des autres valeurs par rapport à celui de référence.
Exemple
On considère le prix moyen d'une place de cinéma et on prend l'année 2015 comme année de base avec un indice 100. Lorsqu'on affirme qu'en 2020, le prix moyen d'une place de cinéma avait pour indice 115, c'est que celui-ci représentait $115\,\%$ de celui de 2015.

Pour calculer l'indice d'une valeur par rapport à l'indice de référence, il suffit d'utiliser la formule suivante :

$$\text{Indice de } A \text{ par rapport à } E = \frac{\text{Valeur de } A}{\text{Valeur de } E} \times 100.$$

Le prix d'un médicament est passé de $10,50$ € le gramme en 2020 à $9,30$ € en 2025.
Si on estime que le prix de 2020 a pour indice 100, alors le prix de 2025 a pour indice : $\dfrac{9,3}{10,5} \times 100 \approx 88,6$.

Calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives ;

Notions de cours associées

Propriété 2

Soit une quantité qui subit deux évolutions. Une première évolution où elle passe d'une valeur V_1 à une valeur V_2, puis une deuxième où elle passe de V_2 à une valeur V_3.
On note CM_1 et CM_2 les deux coefficients multiplicateurs associés à ces évolutions.
Le coefficient multiplicateur global de l'évolution de V_1 à V_3 vaut alors :

$$CM_g = CM_1 \times CM_2.$$

Le taux d'évolution global vaut : $t_g = CM_g - 1$.

Exemple
Le prix d'achat d'une voiture achetée neuve diminue lors de sa première année de 25 %, puis de 15 % la deuxième année.
Le coefficient multiplicateur associé à la première diminution vaut : $1-0,25=0,75$.
Le coefficient multiplicateur associé à la deuxième diminution vaut : $1-0,15=0,85$.
Le coefficient multiplicateur global vaut donc : $CM_g=0,75\times 0,75=0,637\,5$.
Ce nombre correspond à un taux d'évolution global de $0,637\,5-1=-0,362\,5$ soit une baisse de $36,25$ %.

Calculer un taux d'évolution réciproque.

Notions de cours associées

Propriété 3

Soit une quantité évoluant d'une valeur V_D à une valeur V_A et CM le coefficient multiplicateur associé.
Le coefficient multiplicateur CM_R associée à l'évolution réciproque d'une quantité qui évolue de V_A à V_D vaut :

$$CM_R=\frac{1}{CM}.$$

Le taux d'évolution réciproque associé vaut : $t_R=CM_R-1$.

Exemple
Après augmentation de $20\,\%$ le prix d'un téléviseur est de 700 €.
Son prix avant augmentation est de $\dfrac{700}{1,20}\approx 583,33$ &euro et le taux d'évolution réciproque vaut : $\dfrac{1}{1,2}-1\approx -0,167$ soit $-16,7\,\%$.

3 Calcul numérique et algébrique :

Effectuer des opérations et des comparaisons entre des fractions simples ;

Notions de cours associées
Il faut se rappeler ici que pour multiplier deux fractions entre elles, on multiplie les numérateurs ensembles ainsi que les dénominateurs. Par exemple : $\dfrac{2}{3}\times\dfrac{5}{7}=\dfrac{2\times 5}{3\times 7}=\dfrac{10}{21}$.
Pour additionner deux fractions, il faut qu'elles soient au même dénominateur et pour diviser par une fraction on se rappelle qu'il faut multiplier par son inverse. On cherche toujours à simplifier une fraction.

Pour comparer deux fractions (c'est-à-dire savoir laquelle est la plus grande), on les met généralement au même dénominateur et on compare leur numérateur.

Exemple

$$\frac{\frac{2}{3}-\frac{1}{4}}{3+\frac{4}{5}}=\frac{\frac{2\times 4}{3\times 4}-\frac{1\times 3}{4\times 3}}{\frac{3\times 5}{1\times 5}+\frac{4}{5}}=\frac{\frac{8}{12}-\frac{3}{12}}{\frac{15}{5}+\frac{4}{5}}=\frac{\frac{5}{12}}{\frac{19}{5}}=\frac{5}{12}\times\frac{5}{19}=\frac{25}{228}.$$

Effectuer des opérations sur les puissances ;

Formules de cours

Propriété 4

Soient n et m deux entiers relatifs, a et b deux réels.

- $a^0=1$ et $a^1=a$.
- $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$.
- $a^n\times a^m=a^{n+m}$.
- $(a^n)^m=a^{n\times m}$.
- $(a\times b)^n=a^n\times b^n$.
- Si $a\neq 0$, $\dfrac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$.
- Si $b\neq 0$, $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}$.

Exemples

$\frac{3^8}{3^{12}} = 3^{8-12} = 3^{-4}$.

$(5^4)^3 = 5^{4\times 3} = 5^{12}$.

$5^{-6} \times 11^{-6} = (5 \times 11)^{-6} = 55^{-6}$.

$40 \times \frac{1}{40^{-2}} = \frac{40^1}{40^{-2}} = 40^{1-(-2)} = 40^3$.

Passer d'une écriture d'un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, scientifique) ;

Notions de cours associées

Propriété 5

Tout nombre décimal d peut s'écrire sous la forme $a \times 10^n$, avec a un nombre décimal vérifiant $a \in]1\,;\,10[$ et n un entier relatif.
Cette écriture, unique, s'appelle notation scientifique de d.

Exemple
L'écriture scientifique de $123,6$ est $1,236 \times 10^2$.
Celle de $0,000\,004\,5$ est $4,5 \times 10^{-6}$.

Estimer un ordre de grandeur ;

Notions de cours associées
Un ordre de grandeur d'un résultat correspond à la puissance de 10 la plus proche de la valeur que l'on pense obtenir dans un calcu
Il est donc important de maîtriser la notion d'écritures scientifiques et les formules sur les puissances.

Exemple
$10^{30} + 10^{-30}$ est environ égal à 10^{30} car 10^{-30} est extrémement petit.
$5 \times 10^{-3} + 3 \times 10^{-1}$ sera de l'ordre de grandeur de 10^{-1}.
Pour trouver l'ordre de grandeur de $500 \times 301 \times 10^4$ on utilise les écritures scientfiques :
$500 \times 301 \times 10^4 = 5 \times 10^2 \times 3,01 \times 10^6 = 15,05 \times 10^8 = 1,505 \times 10^9$. L'ordre de grandeur est donc de 10^9.

Effectuer des conversions d'unités ;

Notions de cours associées
Il faut connaître l'ensemble des unités (longueurs, masses, temps, volume etc.) et leurs sous-unités (généralement des puissances de 10 de l'unité, sauf parfois pour le temps).

Exemple
140 mm $= 14$ cm $= 0,14$ m.
75 minutes $= 1$ h 15 min.
$0,8$ heure $= 0,8 \times 60 = 48$ minutes.

Résoudre une équation ou une inéquation du premier degré, une équation du type : $x^2 = a$;

Notions de cours associées
Pour résoudre une équation du premier degré, il faut tout d'abord, si nécessaire, développer chacun des membres de l'équation, rassembler ensuite, les inconnues d'un côté et les constantes de l'autre, réduire, et enfin déterminer l'éventuelle solution. Il est parfo nécessaire d'effectuer des opérations sur des fractions lors de ces étapes.

Pour les équations du type $x^2 = a$ il y a trois cas à différencier :

- si $a < 0$ l'équation n'admet aucune solution.
- si $a = 0$ l'équation n'admet une unique solution $x = 0$.
- si $a > 0$ l'équation admet deux solutions distinctes : $x = -\sqrt{a}$ et $x = \sqrt{a}$.

Équation n°1

$$\begin{aligned} 3x-8&=10x+14\\ 3x-10x&=14+8\\ -7x&=22\\ x&=-\frac{22}{7}\,. \end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution $-\frac{22}{7}$.

Équation n°2

$$\begin{aligned} 3\left(5+\frac{1}{5}\,x\right)&=\frac{1}{2}\,(3x+4)\\ 15+\frac{3}{5}\,x&=\frac{3}{2}\,x+\frac{4}{2}\\ \frac{3}{5}\,x-\frac{3}{2}\,x&=2-15\\ \frac{6}{10}\,x-\frac{15}{10}\,x&=-13\\ -\frac{9}{10}\,x&=-13\\ x&=-13\times\left(-\frac{10}{9}\right)\\ x&=\frac{130}{9}\,. \end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution $\frac{130}{9}$.

Équation n°3

$$\begin{aligned} x^2&=17\\ x=-\sqrt{17}\ &\text{ou}\ x=\sqrt{17} \end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions $-\sqrt{17}$ et $\sqrt{17}$.

Équation n°4

$$\begin{aligned} x^2&=18\\ x=-\sqrt{18}\quad&\text{ou}\ x=\sqrt{18}\\ x=-\sqrt{9\times 2}\quad&\text{ou}\ x=\sqrt{9\times 2}\\ x=-\sqrt{9}\times\sqrt{2}\quad&\text{ou}\ x=\sqrt{9}\times\sqrt{2}\\ x=-3\sqrt{2}\quad&\text{ou}\ x=3\sqrt{2}\,. \end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions $-3\sqrt{2}$ et $3\sqrt{2}$.

Équation n°5

$$x^2=-17$$

L'équation n'admet aucune solution car $-17<0$.

Équation n°6

$$\begin{aligned} 3x^2 &= 30 \\ x^2 &= \frac{30}{3} \\ x^2 &= 10 \\ x = -\sqrt{10} \text{ ou } x &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions $-\sqrt{10}$ et $\sqrt{10}$.

Déterminer le signe d'une expression du premier degré, d'une expression factorisée du second degré ;

Notions de cours associées
Une expression du premier degré peut être associée à une fonction affine et on utilise la propriété suivante.

Propriété 6

Soient a et b deux réels, $a \neq 0$, et soit f la fonction affine définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.

- Si $a > 0$ alors : $f(x) > 0$ si et seulement si $x > -\frac{b}{a}$.

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

- Si $a < 0$ alors : $f(x) > 0$ si et seulement si $x < -\frac{b}{a}$.

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

Exemple
Soit h la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $h(t) = 3t - 5$. Pour déterminer le tableau de signe de h sur $\mathbb{R}$ on résout tout d'abord $h(t) = 0$.

$$\begin{aligned} h(t) &= 0 \\ 3t - 5 &= 0 \\ 3t &= 5 \\ t &= \frac{5}{3}. \end{aligned}$$

Ainsi, puisque le coefficient directeur de h vaut 3 qui est un nombre positif, nous avons le tableau de signes suivant :

t	$-\infty$		$-\frac{5}{3}$		$+\infty$
$h(t)$		$-$	0	$+$	

Propriété 7

Soit un polynôme du second degré p dont on connaît la forme factorisée :

$$p(x) = (ax + b)(cx + d),$$

avec a, b, c et d des nombres réels, a et c non nuls.
Pour déterminer le signe du polynôme p sur $\mathbb{R}$, il suffit de déterminer le signe de chacun de ses deux facteurs et d'appliquer la régle des signes.

Exemple
Soit le polynôme q défini pour tout réel x par $q(x) = (3x-4)(7+x)$.
Pour dresser le tableau de signes de q il nous faut tout d'abord déterminer les valeurs de x qui annulent chacun de ses facteurs.

Valeurs charnières

$$\begin{array}{r|r} 3x-4=0 & 7+x=0 \\ 3x=4 & x=-7. \\ x=\dfrac{4}{3}. & \end{array}$$

On peut maintenant dresser le tableau de signes de q en utilisant les résultats rappelés dans le premier paragraphe, notamment la propriété n°2. Il nous suffit donc de déterminer le signe des coefficients directeurs de chaque facteur de q.

x	$-\infty$		-7		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$3x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$7+x$		$-$	0	$+$		$+$	
$q(x)=(3x-4)(7+x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Isoler une variable dans une égalité ou une inégalité qui en comporte plusieurs sur des exemples internes aux mathématiques ou issus des autres disciplines ;

Notions de cours associées
On utilise ici les mêmes régles algébriques que lors des résolutions d'équations :
- lorsqu'un nombre suit une addition ou une soustraction, il « change » de côté en changeant de signe ;
- lorsqu'un nombre est un facteur ou un diviseur, il « change » de côté en utilisant l'opération inverse.

Exemples
• *Formule de la vitesse*

$$\begin{array}{rr} & v=\dfrac{d}{t} \\ \text{ssi} & v\times t=d \\ \text{ssi} & t=\dfrac{d}{v} \end{array}$$

• *Formule des coûts*
Le coût total de production peut être exprimé par la formule : $C_T = C_f + C_v$,
avec C_T le coût total de production, C_f le coût fixe (indépendant de la quantité produite) et C_v le coût variable qui dépend de la quantité produite.
Le coût variable peut être donné par la formule : $C_v = c \times q$, avec c le coût unitaire et la quantité produite. Ainsi, on a :

$$C_T = C_f + cq.$$

On peut alors chercher à isoler, par exemple, q :

$$\begin{array}{rr} & C_f+cq=C_T \\ \text{ssi} & cq=C_T-C_f \\ \text{ssi} & q=\dfrac{C_T-C_f}{c}. \end{array}$$

Effectuer une application numérique d'une formule (notamment pour les formules utilisées dans les autres disciplines) ;

Compétences
Dans une formule donnée, il faut ici remplacer chacune des variables dont l'énoncé fournit une valeur par celle-ci, avec parfois obligation de devoir convertir dans les bonnes unités.

Développer, factoriser, réduire une expression algébrique simple.

Notions de cours associées

Propriété 8

Soient a, b, c et d des nombres réels.

- $a(b+c) = ab + ac$
- $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemples de développement

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}(5-6x) &= 5 \times \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times 6x \\ &= \frac{5}{1} \times \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times 3 \times 2x \\ &= \frac{10}{3} - 4x.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3x-4)(8-5x) &= 24x - 15x^2 - 32 + 20x \\ &= -15x^2 + 44x - 32.\end{aligned}$$

Exemples de factorisations

$$\begin{aligned}f(x) &= x^2 - x \\ &= x \times x - 1 \times x. \\ &= x(x-1).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}g(x) &= (x+1)^2 - 3(x+1)(2x+3) \\ &= {\color{red}(x+1)}(x+1) - {\color{red}(x+1)}3(2x+3) \\ &= (x+1)((x+1) - 3(2x+3)) \\ &= (x+1)(x+1-6x-9) \\ &= (x+1)(-5x-8).\end{aligned}$$

4 Fonctions et représentations :

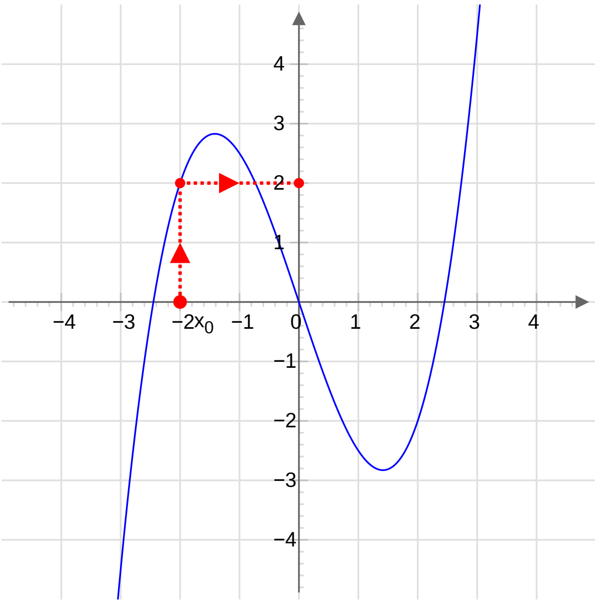
Déterminer graphiquement des images et des antécédents ;

Compétences
• *Lecture d'images*
On donne dans un repère du plan la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f. Étant donné un nombre x_0, voici les étapes à suivre pour déterminer graphiquement l'image $f(x_)$:

• on part du point de l'axe des abscisses dont l'abscisse vaut x_0 ;
• on trace ensuite un segment verticale vers la courbe (soit vers le haut si la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses, soit vers le bas dans le cas contraire) ;
• on lit l'ordonnée du point d'intersection entre la courbe et ce segment. Cette ordonnée est la valeur de $f(x_0)$, soit l'image de

$f(x_0)$.

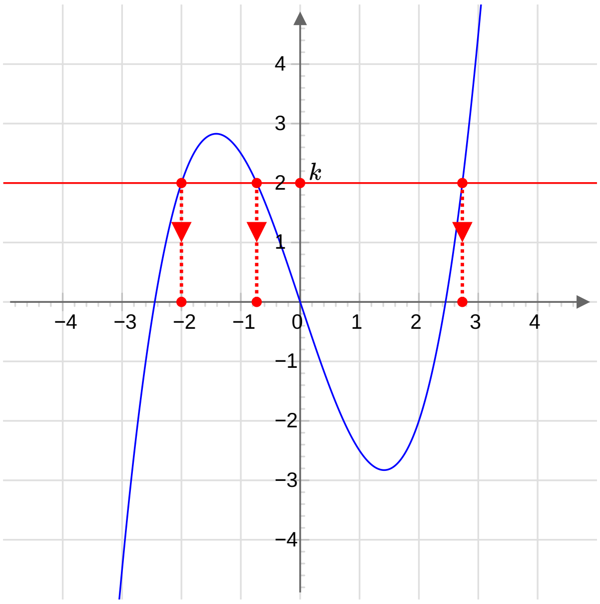
Dans le graphique ci-dessous, on peut voir que l'image de -2 et 2. En déplaçant x_0, on peut voir que l'image de 1 vaut environ $-2,5$, l'image de 0 vaut 0 etc.



• *Recherche d'antécédent(s)*
On donne dans un repère du plan la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f. Étant donné un nombre k, voici les étapes à suivre pour déterminer graphiquement les éventuels antécédents de k par la fonction f : • on trace la droite horizontale d'équation $y =$;

- on marque les points d'intersection entre cette droite et la courbe de la fonction ;
- Au niveau de chacun de ces points on trace un segment vertical jusqu'à l'axe des abscisses.
- Les abscisses des points d'intersection entre ces segments et l'axe des abscisses sont les antécédents de k par f.

Dans le graphique ci-dessous, on peut voir que les antécédents de 2 sont -2 ; $\approx -0,7$; $\approx 2,7$.
En déplaçant k, on peut voir également que le nombre 3 ne possède qu'un seul antécédent : $\approx 2,8$.



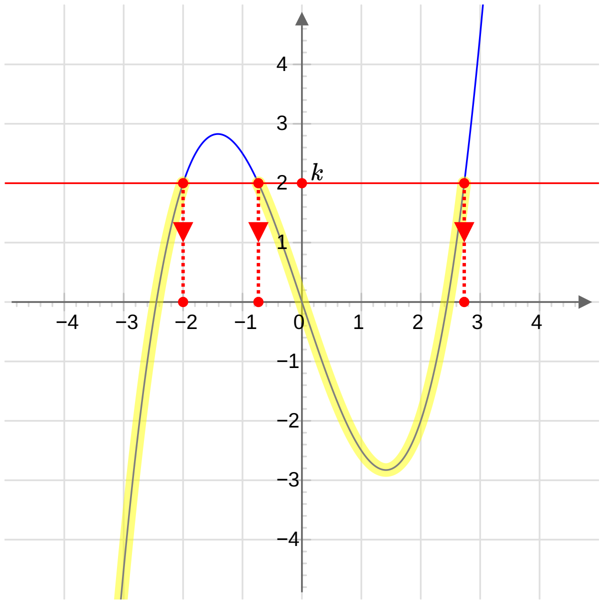
Résoudre graphiquement une équation, une inéquation du type : $f(x) = k$, $f(x) < k$, $\dots$;

Équation du type $f(x) = k$
Résoudre graphiquement une équation de la forme $f(x) = k$ revient à chercher les éventuels antécédent de k par f. On peut don se référer aux explications données dans l'automatisme précédent.

Inéquation du type $f(x) < k$

Pour ce type d'équation, les premières étapes de construction sont les mêmes que pour la recherche des antécédents de k par f.
C'est-à-dire que l'on trace la droite horizontale d'équation $y = k$ et on détermine les points d'intersection entre celle-ci et la courbe représentative de la fonction f.
On regarde ensuite l'ensemble des points où la courbe est en-dessous de la droite (car on résout $f(x) < k$). Les abscisses de tous ces points sont les solutions de l'inéquation.

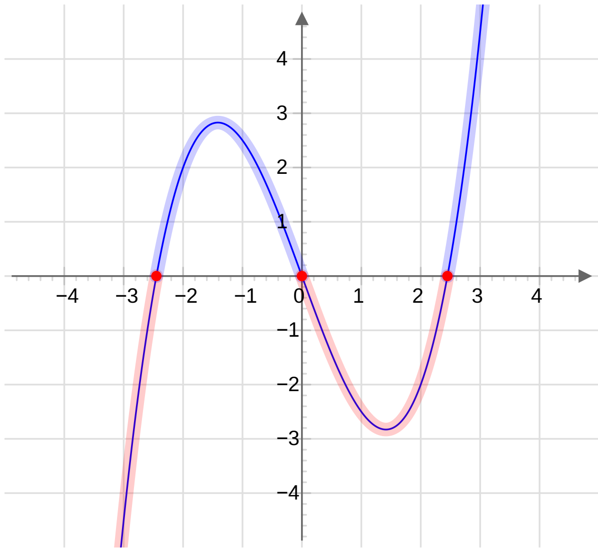
Dans le graphique ci-dessous, on peut voir que l'inéquation $f(x) < 2$ admet pour solution : $[-3\,;\,-2[\cup]-0,7\,;\,2,7[$.
On a pris pour cela les abscisses des points de la courbe surlignés en jaune.



Déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations ;

Pour déterminer graphique le signe d'une fonction on peut se référer à l'automatisme précédent en résolvant l'inéquation $f(x) < 0$ ou $f(x) \geq 0$.

Le graphique ci-dessous nous permet de dire que :
- f est négative sur $[-3\,;\,-2,5] \cup [0\,;\,2,4]$
- f est positive sur $[-2,5\,;\,0] \cup [2,4\,;\,3,1]$



On peut résumer la situation à l'aide du tableau de signes ci-dessous :

x	-3		$-2,5$		0		$2,4$		$3,4$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées) ;

Appartenance à une courbe

Soit f une fonction et A un point de coordonnées $(x_A\ ;\ y_A)$.

Pour vérifier si A appartient à la courbe représentative de la fonction f, on calcule $f(x_A)$. Si le résultat est égale à y_A alors A appartient à la courbe, sinon il ne lui appartient pas.

Calcul de coordonnées

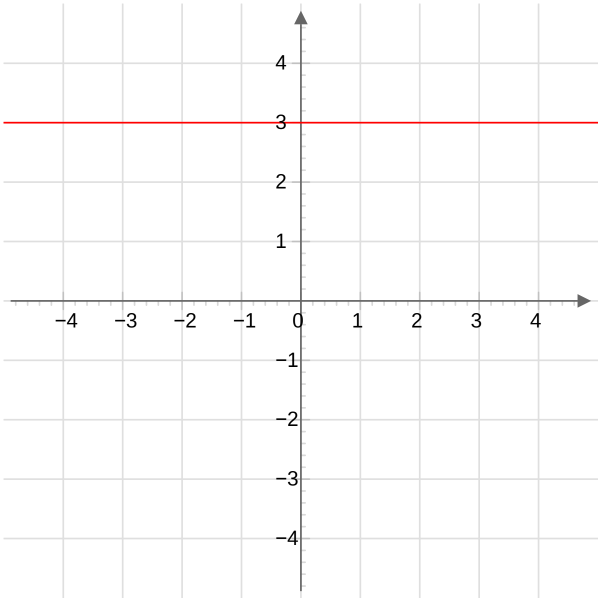
Étant donné l'abscisse x_0 d'un point de la courbe d'une fonction f, son ordonnée se détermine en calculant $f(x_0)$.

Tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur;

• Équation de droite de la forme $y = c$.

Les droites qui possède une équation de la forme $y = c$ sont, dans un repère du plan, parallèle à l'axe des abscisses.

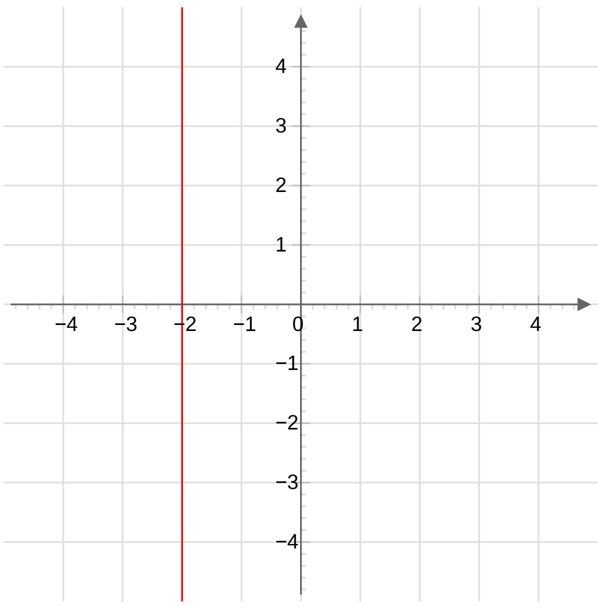
Par exemple la droite d'équation $y = 3$:



• Équation de droite de la forme $x = c$.

Les droites qui possède une équation de la forme $x = c$ sont, dans un repère du plan, parallèle à l'axe des ordonnées.

Par exemple la droite d'équation $x = -2$:

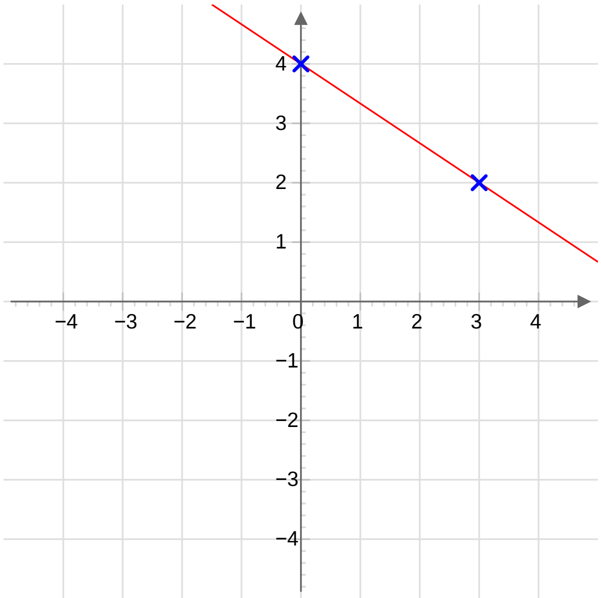


• Équation de droite de la forme $y = ax + b$.
Si $a \neq 0$, les droites possèdant une équation de la forme $y = ax + b$ sont obliques.
Pour pouvoir tracer la droite il faut donc trouver les coordonnées de deux points qui lui appartiennent. On est alors libre de choisir de valeurs distinctes pour x qui nous permettent de trouver les valeurs correspondante de y. On obtient alors les coordonnées de deux points par lesquelles passent la droite.

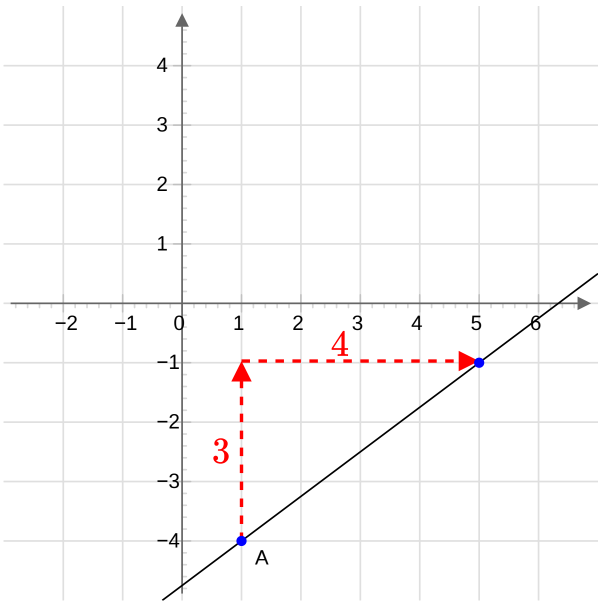
Par exemple la droite d'équation $y = -\dfrac{2}{3}x + 4$:

On remplace x par 0 et on obtient $y = -\dfrac{2}{3} \times 0 + 4 = 4$. On trace le point $(0 \quad 4)$.

On remplace x par 3 et on obtient $y = -\dfrac{2}{3} \times 3 + 4 = 2$. On trace le point $(3 \quad 2)$.



• Tracer d'une droite connaissant un point et son coefficient directeur.
Ici on utilise le fait que le coefficient directeur a s'écrit sous la forme $a = \dfrac{V}{H}$ avec V la variation verticale et H la variation horizontale.
Par exemple, si une droite passe par $A(1\,;-4)$ et que le coefficient directeur est $\dfrac{3}{4}$, cela veut dire que l'on part de A, qu'on avanc de 3 carreaux à l'horizontale, puis de 4 carreaux à la verticale et on obtient alors un deuxième point pour la droite.



Lire graphiquement l'équation réduite d'une droite ;

Compétences
Étant donnée une droite tracée dans un repère, trois situations peuvent se présenter.

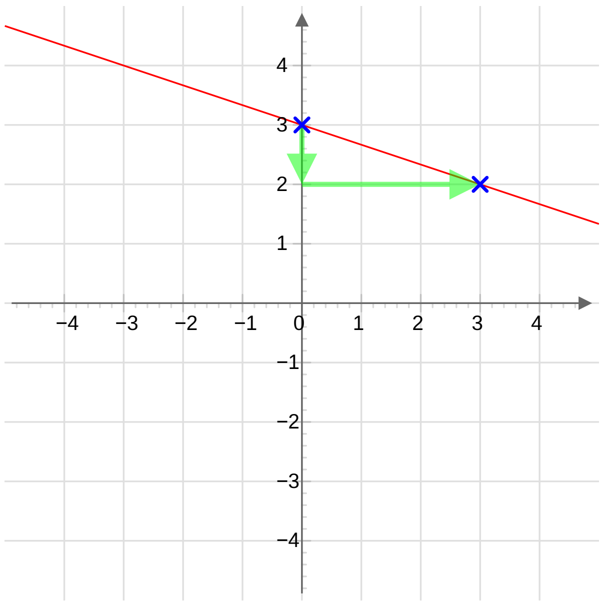
• la droite est horizontale :
Son équation réduite est alors $y = c$ avec c l'ordonnée de n'importe lequel de ses points.

• la droite est verticale :
Son équation réduite est alors $x = c$ avec c l'abscisse de n'importe lequel de ses points.

• la droite est « oblique » :
Son équation réduite est alors de la forme $y = ax + b$.
On détermine b (l'ordonnée à l'origine) en prenant l'ordonnée du point d'intersection entre la droite et l'axe des ordonnées.
Pour déterminer le coefficient directeur a, on choisit deux points de la droite qui sont sur le quadrillage du repère. On dessine une « marche d'escalier » entre ces deux points et a est alors égale à $\frac{V}{H}$, avec V la variation verticale entre ces deux points et H la variation horizontale.

Exemple
Dans le repère ci-dessous la droite tracée comme l'axe des abscisses à l'ordonnée 3. Donc $b = 3$.
La droite passe également par le point $(3\,;\,2)$. On construit la « marche d'escalier » en vert et on voit qu'elle possède une variation verticale de -1 (un carreau vers le bas quand on va de la gauche vers la droite) et une variation horizontale de 3 (trois carreaux ve la droite). Ainsi $a = -\frac{1}{3}$.

L'équation réduite de cette droite est : $y = -\frac{1}{3}x + 3$.



Déterminer l'équation réduite d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points.

Notions de cours associées

Propriété 9

Soient $A(x_1\,;\,y_1)$ et $B(x_2\,;\,y_2)$ deux points d'un repère du plan tels que $x_1 \neq x_2$.
La droite (AB) a pour coefficient directeur :

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Exemple
Soient $A(-2;3)$ et $B(4;-1)$ deux points d'un repère du plan. Pour déterminer l'équation réduite de la droite (AB), on calcule

tout d'abord son coefficient directeur a :

$a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-1-3}{4-(-2)} = \dfrac{-4}{6} = -\dfrac{2}{3}$.

L'équation réduite de la droite (AB) est donc de la forme :

$$y = -\frac{2}{3}x + b,$$

avec b à déterminer.

il nous suffit alors de remplacer x et y par les coordonnées respectives de A.

$$3 = -\frac{2}{3} \times (-2) + b$$

$$3 = \frac{4}{3} + b$$

$$3 - \frac{4}{3} = b$$

$$\frac{3}{1} - \frac{4}{3} = b$$

$$\frac{9}{3} - \frac{4}{3} = b$$

$$\frac{5}{3} = b$$

$$b = \frac{5}{3}.$$

L'équation réduite de la droite (AB) est donc : $y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{5}{3}$.

5 Représentations graphiques de données chiffrées :

Lire un graphique, un histogramme, un diagramme en barres ou circulaire, un diagramme en boîte ou toute autre représentation (repérer l'origine du repère, les unités de graduations ou les échelles…) ;

Avant de répondre à une question sur un graphique, toujours commencer par se poser les bonnes questions :

• **Quel est le titre ?** Il donne le sujet du graphique.
• **Que représentent les axes ?** Temps, prix, population...
• **Quelles sont les unités ?** km, €, %, °C, etc.
• **Quelles sont les échelles ?** Regarder les espacements entre les graduations.
• **Y a-t-il une légende ?** Pour comprendre les couleurs ou formes.

📊 Diagramme en barres ou en bâtons

Chaque barre représente une **valeur pour une catégorie**. Plus la barre est haute (ou longue), plus la valeur est grande.

• Barres espacées = catégories séparées
• Lire la hauteur → valeur

🟪 Diagramme en boîte (boîte à moustaches)

Il permet de visualiser **la répartition d’une série de données** en fonction de sa médiane et de ses quartiles.

• **Boîte** = 50 % des données autour de la médiane
• **Médiane** = abscisse du trait vertical au centre de la boite
• **Premier quartile Q1** = abscisse du trait vertical gauche de la boîte
• **Troisième quartile Q3** = abscisse du trait vertical à droite de la boîte
• **Extrémités** = min et max
• Entre min et Q1 se trouvent 25 % de la série statistique.
• Entre Q1 et Q3 se trouvent 50 % de la série statistique.
• Entre Q3 et amx se trouvent 25 % de la série statistique.

📈 Courbe ou graphique cartésien

On lit sur la courbe les coordonnées des points intéressants : changement de variation, minimum, maximum, intersection avec l'axe des abscisses (valeur nulle) etc.

🟠 Diagramme circulaire

Chaque part du cercle représente une **proportion du total**.

• 100 % = tout le cercle
• Une part = une proportion (souvent en %). L'angle au centre de la part correspond à la proportion de la valeur multipliée par $360°$.

Passer du graphique aux données et vice-versa.

Compétences
Il faut savoir lire un graphique pour retrouver des valeurs chiffrées, et savoir tracer un graphique (courbe, diagramme bâtons, diagramme en boîte etc.) à partir de données numériques, en plaçant correctement les points ou les barres, avec les bonnes unités et les bonnes échelles.