Étude de fonctions (2)

1 Fonctions polynômes de degré 3

Définition 1

Soient a, b, c et d quatre nombres réels avec La f définie pour tout par :

est un

Exemple 1

Pour le polynôme $f(x) = -x^3 + x^2 + 5$, on a : $a =$ $b =$ $c =$ et $d =$

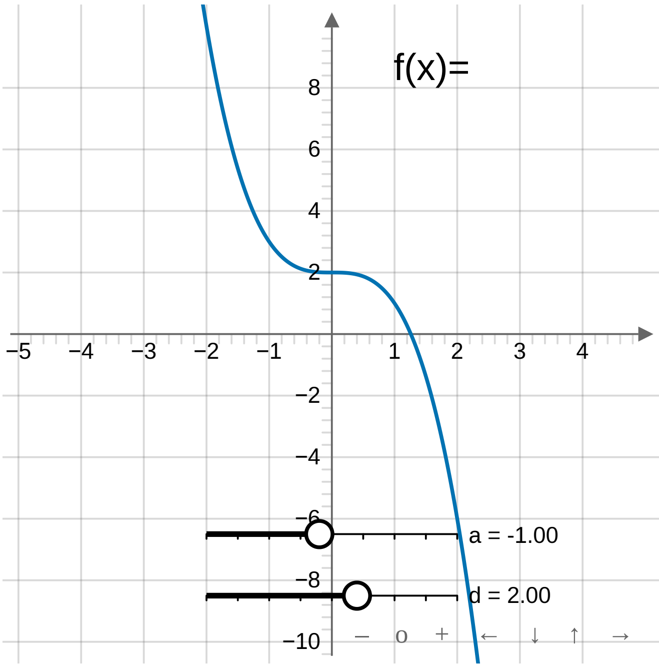
Propriété 1

Soit f un polynôme de degré 3 tel que $b = c = 0$, c'est-à-dire tel que :

avec $a \neq 0$.

- Si $a > 0$ alors f est strictement
- Si $a < 0$ alors f est strictement
- Plus a est proche de 0, plus la courbe représentative de f dans un repère du plan est autour de
- La valeur de d donne du point d'intersection entre la courbe représentative de f et

Exemple 2



Propriété 2

La fonction cube étant strictement sur $\mathbb{R}$, pour tout réel k, l'équation admet une unique solution, appelée

On note ou la racine de k. On a alors

Exemple 3

On a $\sqrt[3]{8} =$ car $2^3 =$

Ou encore $27^{\frac{1}{3}} =$

Propriété 3

Soient $a \neq 0$, x_1, x_2 et x_3 des nombres réels tels que le polynôme de degré 3 f s'écrive :

- f possède racines :
- Si le tableau de signes de f est :

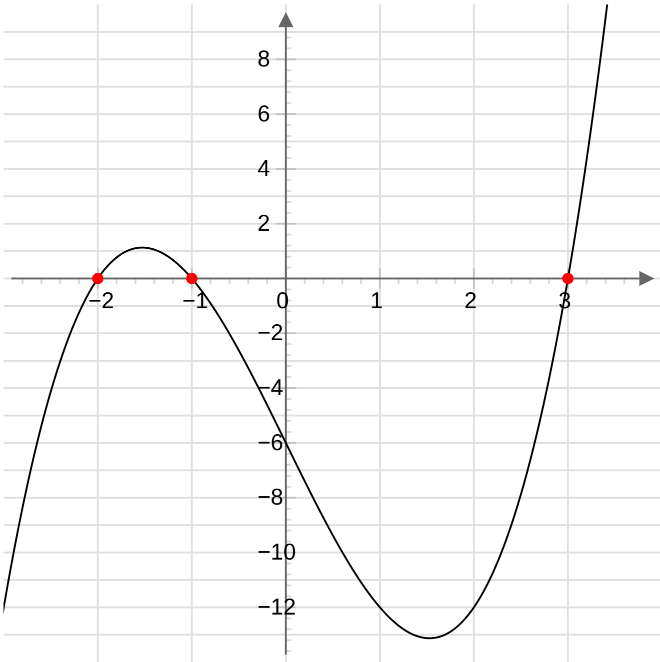
le tableau de signes de f est :

Exemple 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-3)(x+2)(x+1)$.

Cette fonction possède racines :

Comme $a =$, le tableau de signes de f sur $\mathbb{R}$ est :



Représentation graphique de la fonction f où les parties négatives sont coloriées en bleu et les positives en rouge.

- $f(x) > 0$ si et seulement si $x \in$
- $f(x) \geq 0$ si et seulement si $x \in$
- $f(x) < 0$ si et seulement si $x \in$
- $f(x) \leq 0$ si et seulement si $x \in$

2 Taux de variation d'une fonction

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et soient a et b deux réels de I tels que

Définition 2

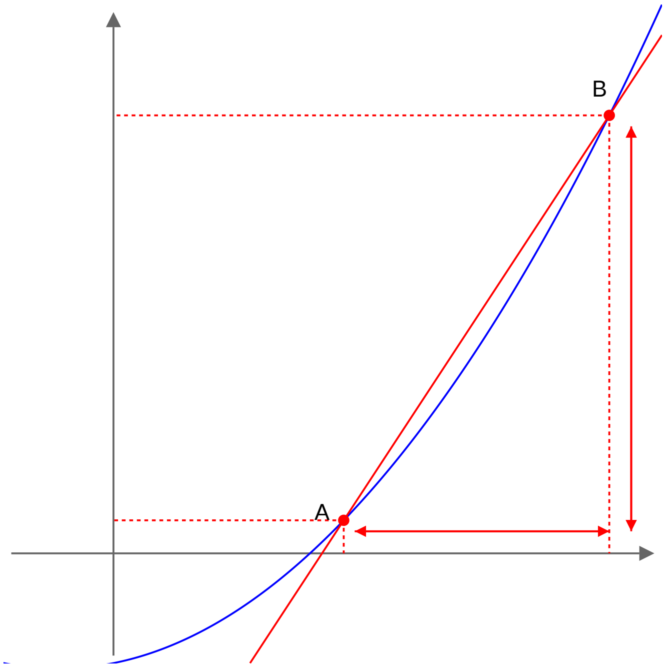
Le de f entre a et b est le quotient

Exemple 5

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = x^2$.
Le taux de variation de f entre 1 et 3 vaut :

Propriété 4

Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative d'une fonction f dans un repère du plan.
Soient et les points de $\mathcal{C}$ d'abscisses respectives et
Le de f entre est égal au de la sécante



Propriété 5

- Si pour tous téels a et b de I, tels que $a < b$, le taux de variation de f entre a et b est alors f est sur I.
- Si pour tous téels a et b de I, tels que $a < b$, le taux de variation de f entre a et b est alors f est sur I.

Exemple 6

Soit f la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
Le taux de variations de f entre a et b est égal à :

Ainsi, si $a < 0$ et $b < 0$ alors et la fonction f est

Ainsi, si $a \geq 0$ et $b \geq 0$ alors et la fonction f est