Suites numériques (1)

1 Introduction

Exercice 1

Voici une recette pour calculer des nombres :

- Choisir comme premier nombre 2.
- Élever ce nombre au carré, multiplier le résultat par $0,1$ et ajouter 2.
- Répeter les opérations précédentes au résultat trouvé, puis au nouveau résultat etc.

1. En notant u_0 le premier nombre (soit $u_0 = 2$), déterminer le nombre suivant obtenu par cette recette (on le note u_1), puis encore le suivant u_2 et enfin u_3.

   Correction

   On élève u_0 au carré, puis on multiplie par $0,1$ (ce qui donne) et enfin on ajoute 2, donc $u_1 =$

   Pour calculer u_2 on les calculs précédents mais à partir de soit : $u_2 =$

   De même : $u_3 =$

2. Existe-t-il un terme de cette suite de nombres qui dépasse $2,75$?

   Correction

   On peut continuer à effectuer des calculs comme dans la question précédente. Ou alors on peut se servir de la calculatrice et de sa touche ou
   En effet, cette touche garde en mémoire le résultat et dans notre cas nous avons besoin du résultat précédent pour trouver le suivant. On tape par exemple :

2 EXE	La valeur 2 est stockée dans la variable
EXE	La calculatrice remplace *ans* par et nous donne bien le résultat de
EXE	La calculatrice répète le calcul, sauf que depuis *ans* a changé de valeur et vaut soit On obtient donc bien le résultat de
EXE	On obtient ici

   En prologeant suffisamment cette méthode on voit que est le premier terme à dépasser

3. Compléter la ligne n°3 de l'algorithme ci-dessous pour qu'il affiche la valeur de u_{10}.

```
1 u = 2
2 for i in range(0,10):
3     u = u**2
4 print(u)
```

Correction

La ligne n°3 doit correspondre à la formule de la recette.

```
1 u = 2
2 for i in range(0,10):
3 
4 print(u)
```

Si on veut observer tous les résulats intermédiaire jusqu'à $u_1 0$ on déplace le print dans la boucle for :

```
1 u = 2
2 for i in range(0,10):
3     u = 0.1*u**2+2
4 
```

2 Généralités

Définition 1

Une u est une dont la variable est un À la variable n on associe un nombre noté généralement
On a donc :

Le d'un terme d'une suite u est qu'il occupe dans la suite.

Remarque 1

Une suite u est généralement notée

Exemple 1

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = 2n^2 - 1$.

On a : $u_0 =$; $u_1 =$; $u_2 =$

Le terme de rang 5 de cette suite est

Remarque 2

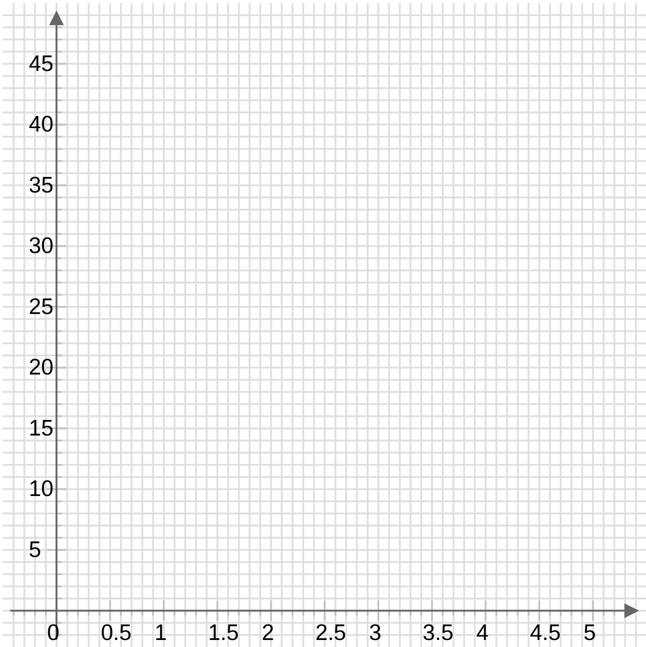
- Pour tout entier naturel n, u_{n+1} est le terme qui suit u_n.
- Il ne faut pas confondre et ! Par exemple $u_2 + 1$ est la valeur de à qui on alors que $u_{2+1} =$
- Pour tout entier naturel $n \geq 1$, u_{n-1} est le terme qui précéde u_n.

Définition 2 - - *Nuage de points*

Le associé à une suite est la représentation graphique dans un du plan des points

Exemple 2

On peut construire les 6 premiers points du nuage de points associé à la suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n = 2n^2 - 1$.



Définition 3 - - *Sens de variation*

- Une suite (u_n) est dite si pour tout entier naturel n,
- Une suite (u_n) est dite si pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \leq u_n$.
- Une suite (u_n) est dite si pour tout entier naturel n,

Exercice 2

Soit (v_n) la suite définie pour tout entier n par $v_n = 0,3n - 4$.

1. Calculer v_0, v_1 et v_2.

   Correction

   $v_0 =$
   $v_1 =$
   $v_2 =$

2. Montrer que pour tout entier n, $v_{n+1} = 0,3n - 3,7$.

   Correction

   Pour trouver l'expression de v_{n+1} on remplace n par dans l'expression algébrique de

   $v_{n+1} =$

3. En déduire le sens de variation de (v_n).

   Correction

   Il nous fait ici v_n et v_{n+1}. On peut regarder pour cela le signe de leur

   $v_{n+1} - v_n =$

   La suite est donc

3 Différents mode de génération d'une suite

Définition 4

- Une suite (u_n) est dite définie s'il existe une telle que pour tout entier n,
- Une suite (u_n) est dite définie si on connaît son u_0 (ou u_1) et s'il existe une relation entre

Remarque 3

Les suites $u_n = 2n^2 - 1$ et $v_n = 0,3n - 4$ étudiée précedemment sont définies

La suite de l'introduction définie par $u_0 = 2$ et u_{n+1} est définie